

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе**

Теоретический тур

7 класс

Максимальное количество баллов - 35.

Время выполнения - 235 минут.

Краткая инструкция.

Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой). Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.

Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).

При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Решения задач, критерии оценивания

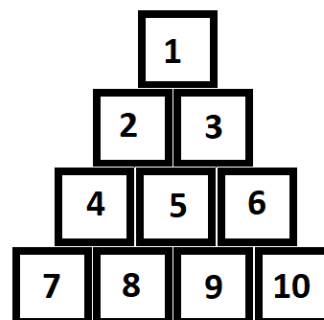
1. Однажды половина всех мальчиков и $\frac{3}{5}$ всех девочек параллели отправились в библиотеку, а остальные пошли в кино. При этом учительница расставила всех ребят, пошедших в библиотеку, по парам мальчик-девочка. В параллели было 55 детей, а сколько из них оказалось в библиотеке?

Решение. Пусть мальчиков в параллели x , тогда девочек $55-x$. Так как детей, идущих в библиотеку удалось разбить на пары мальчик-девочка, то верно, что $\frac{1}{2}x = \frac{3}{5}(55 - x)$. Откуда $x=30$, то есть в библиотеку отправились 15 мальчиков и 15 девочек, всего 30 человек.

Ответ: 30.

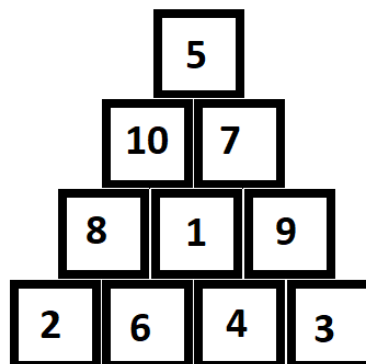
Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.

2. Из десяти кубиков сложена фигура как показано на рисунке. Каждый кубик соприкасается со своими соседями. Например, у кубика с цифрой «4» соседями являются кубики с цифрами «2», «5», «7», «8». Необходимо собрать эту же пирамиду заново таким образом, чтобы ни один кубик не соприкасался ни с одним своим старым соседом.



Решение.

Кубик с цифрой 1 имеет меньше всех соседей, а кубик с цифрой 5 больше всех. Если мы их поменяем местами, то на место 2 и 3 можно поставить 7 и 10 (см. Рисунок)



Критерии. Любой правильный вариант 7 баллов.

3. Малыш и Карлсон решили устроить соревнование – кто быстрее доберется от дома Малыша до ближайшего магазина, двигаясь по прямой. Конечно, Карлсон шульничал, и включил пропеллер, то есть он летел вместо того чтобы бежать, а ведь летит он в три раза быстрее, чем бегают. Поэтому, когда Карлсон долетел до магазина, Малыш пробежал только до фонарного столба в 10 метрах от магазина. Но если бы Карлсон бежал честно, не включая пропеллер, то он пробежал бы всего лишь до художественного музея в тот момент, когда Малыш

был у фонарного столба. Во сколько раз Малыш бежит быстрее чем Карлсон без помощи пропеллера, если известно, что художественный музей находится в 30 метрах от фонарного столба?

Решение. Карлсон за одно и то же время пролетает в три раза большее расстояние, чем проходит. Значит, расстояние от художественного музея до магазина в 2 раза больше, чем от дома до художественного музея. Расстояние от музея до магазина составляет $30+10=40$ метров, а, значит, расстояние от дома до музея равно 20 метров. За время пока Карлсон пробегает 20 метров, Малыш пробегает 50.

Ответ: в 2.5 раза.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.

4. У дракона 2024 головы. У богатыря есть несколько видов оружия разной силы. Если обычным мечом срубить дракону 1 голову, то вырастет 187 новых голов. Если мечем-кладенцом срубить одним ударом 33 головы, то новых голов не появится. Если же копьём срубить одним ударом 29 голов, то у дракона вырастет 26 новых голов. Если все головы срублены, дракон погибает, и новых голов не появляется. Как богатырю победить дракона?

Решение. Будем убирать по 33 головы пока можем. Число 2024 при делении на 33 дает в остатке 11. Но с 11 головами ничего сделать не получится. Остановимся на 44 головах и будем срубить 29 голов – каждое такое действие уменьшает число голов на 3. Прделаав эту операцию 5 раз получим 29 голов. Следующее действие не оставит голов, дракон будет побежден.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов.

5. Пусть дано 101 целое число $a_1, a_2, \dots, a_{101}$. Обозначим за $b_1, b_2, \dots, b_{101}$ те же самые числа, но взятые в некотором другом порядке. Верно ли, что произведение $(a_1-b_1) \cdot (a_2-b_2) \cdot \dots \cdot (a_{101}-b_{101})$ будет четным при любом выборе чисел и их порядка?

Решение. Если допустить, что указанное произведение нечетно, то это значит, что каждый отдельный множитель нечетный, то есть все наши числа разбиваются на пары четное-нечетное. Но среди 101 числа – чисел какой-то четности должно быть больше, чем чисел другой четности.

Ответ: да.

Критерии. Любое верное решение - 7 баллов. Правильный ответ без решения - 0 баллов.